

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ ȘI FIZICĂ

“LAURENTIU PANAITOPOL”

EDIȚIA a VI-a, 9-10 APRILIE 2016, GIURGIU

Clasa a XI-a

M1. Fie $A, B, C, D \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ astfel încât $ABC = D$, $BCD = A$, $CDA = B$, $DAB = C$. Arătați că :

- i) $A^2 = B^2 = C^2 = D^2$
- ii) Dacă cel puțin una dintre matricele A, B, C, D este inversabilă, atunci $\det(ABCD) = 1$ și $\det(A^2 + B^2 + C^2 + D^2) = 4^n$.

(Şerban Olteanu, Giur)

M2. Fie sirul de numere reale pozitive $(x_n)_{n \geq 0}$ definit prin $x_0 = x_1 = 1$ și $n(n+1)(x_{n+1} - x_n\sqrt{x_n}) = \sqrt{x_{n-1}x_n}$, pentru $n \geq 1$.

- a) Arătați că : $x_{n+1} = \sqrt{x_n} \left(2 - \frac{1}{n+1}\right)$, pentru $n \geq 1$.
- b) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$.

(G.M.5/2015, Cătălin Cristea, Craic)

F1. a) Un corp execută o mișcare descrisă de ecuația $y = 3 \sin 2\pi t - 4 \cos 2\pi t$ (cm). Să se calculeze: amplitudine faza inițială și perioada mișcării corpului. Să se scrie ecuația de oscilație și legea variației în timp a accelerării corpului.

b) Un mobil execută o mișcare oscilatorie armonică de amplitudine A. În momentul în care elonga este A/2 un soc instantaneu face ca viteza mobilului să se dubleze. Cât este noua amplitudine a mișcării oscilatorii? $\phi_0 = 0$

(Tănase Renee , Giurgiu)

F2. Dintr-un conductor cu diametrul $d=1\text{mm}$, lungimea $l=6\pi\text{m}$ și rezistivitatea $\rho=300\text{n}\Omega\text{m}$ se confeționează o bob cu secțiunea $S=9\pi\text{cm}^2$ și având lungimea $l_b=10\text{cm}$. Miezul bobinei are permeabilitatea magnetică $\mu=2 \cdot 10^{-5} \text{ H/m}$. Să calculeze:

- a) rezistență și inductanță bobinei
- b) factorul de putere al bobinei când la bornele ei se aplică o tensiune alternativă cu frecvență $v=50 \text{ Hz}$
- c) valoarea tensiunii inductive dacă bobina este parcursă de un curent de forma $i=2\sin 100\pi t$ (A)
- d) factorul de supratensiune al circuitului format din bobină și un condensator de capacitate $C=300\text{nF}$ legat în serie cu bobina dacă miezul ocupă doar jumătate din volumul interior al acesteia. Se cunoaște $\mu_0=4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$.

(Tănase Renee , Giurgiu)

- i. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-au distribuit subiectele
- ii. Fiecare subiect se punctează de la 1 la 10 (1 punct este din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestor puncte.
- iii. Nu se folosesc calculatoare!