

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ ȘI FIZICĂ

"LAURENTIU PANAITOPOL"

EDIȚIA a VI-a, 9-10 APRILIE 2016, GIURGIU

Clasa a XII-a

- M1.** Fie $n \in \mathbb{N}^*$ și M o mulțime cu n elemente astfel încât există legi de compozitie „ $*$ ” și „ \circ ” pe M pentru care (M, \circ) și $(M, *)$ sunt grupuri neizomorfe. Arătați că n este număr prim.

(Şerban Olteanu, Giurgiu)

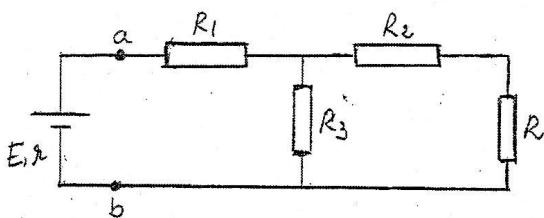
- M2.** Fie integralele $I_n = \int_2^3 \left(1 - \frac{1}{x}\right)^n \cdot \frac{1}{x} dx$ și $J_n = \int_2^3 \left(1 - \frac{1}{x}\right)^n dx$.

$$\text{Arătați că : } (n+1)I_n + J_{n+1} = 3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1} - \frac{1}{2^n}.$$

(Paul Băiatu, Giurgiu)

- F1.** La bornele unei surse având tensiunea electromotoare $E=22$ V și rezistența interioară $r=1,1 \Omega$, este conectat ansamblul de rezistoare R_1 , R_2 , R_3 și R , ca în figură. Rezistența circuitului conectat la bornele a,b ale sursei este egală cu R . Puterea în rezistorul R este $P=27,5$ W. Se cere să se determine: a) valoarea rezistenței R , știind că puterea dată de sursă în exterior este maximă; b) intensitățile curentilor din rezistoarele R_1 , R_2 , R_3 și R ; c) rezistențele R_1 și R_2 în funcție de rezistența R_3 și domeniul în care poate fi cuprinsă valoarea rezistenței R_3 ; d) lungimea și aria secțiunii conductorului R , știind că în intervalul de timp $t=10$ s, rezistența R crește cu 0,5% (puterea P rămânând constantă, pierderile de căldură spre exterior fiind neglijabile, iar temperatura rezistorului R la începutul încălzirii fiind $0^\circ C$). Materialul din care este confecționat rezistorul are:

- rezistivitatea $\rho=0,02 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$ la temperatura $\theta=0^\circ C$; - căldura specifică $c=400 \text{ J/kg.grd.}$; - densitatea $d=8,9 \text{ kg/dm}^3$; - coeficientul termic al rezistivității $\alpha=0,004 \text{ grd}^{-1}$.



(Adriana Cornea, Giurgiu)

- F2.** O cantitate de v moli de gaz ideal batomic, parcurge un proces termodinamic 1-2 descris în coordonate (p, V) printr-o dreaptă $(p=aV + b, a<0)$. Cunoscând că $p_1=p_0$, $V_1=nV_0$, $p_2=np_0$, $V_2=V_0$, $n>2$). Se cere:

- desenați transformarea în coordonate (p, V) ;
- determinați căldura schimbată în proces cu exteriorul;
- determinați temperatura maximă atinsă de gaz în timpul procesului.

(Petre Mihai Cornea, Giurgiu)

- i. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-au distribuit subiectele
- ii. Fiecare subiect se punctează de la 1 la 10 (1 punct este din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.
- iii. Nu se folosesc calculatoare!