

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ ȘI FIZICĂ

"LAURENȚIU PANAITOPOL"

EDIȚIA a VI-a 9-10 APRILIE 2016, GIURGIU

Clasa a IX-a

M1. Fie $a, b, c > 0$. Arătați că :

i) $\frac{a^2+b^2}{a+b} \geq \frac{a+b}{2}$

ii) Dacă $a + b + c = 1$, atunci $\frac{a^2+b^2}{a+b} + \frac{b^2+c^2}{b+c} + \frac{c^2+a^2}{c+a} \geq 1$

iii) Dacă $abc = 1$, atunci $\frac{a^2+b^2}{a+b} + \frac{b^2+c^2}{b+c} + \frac{c^2+a^2}{c+a} \geq 3$

Când au loc egalități ?

(Serban Olteanu, Giurgiu)

M2. Pe laturile unui triunghi ABC se construiesc în exterior triunghiuri echilaterale ABM, BCN și CAP cu centrele C_1, A_1, B_1 , respectiv. Notăm cu G, G', G'' centrele de greutate ale triunghiurilor ABC, $A_1B_1C_1$, respectiv MNP. Să se arate că $\overrightarrow{G'G''} = 2\overrightarrow{GG'}$.

(G.M.5/2015, Ion Nedelcu, Ploiești)

F1. Distanța minimă obiect-imagine pentru care o lentilă plan-convexă formează o imagine reală clară a unui obiect luminos liniar plasat perpendicular pe axul său optic principal este $\min D = 1,92\text{m}$.

a) Calculează distanța focală a lentilei.

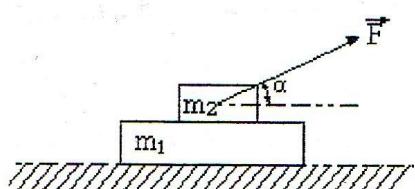
b) Se acoplează centrul cu această lentilă o a doua lentilă plan-convexă, astfel încât fețele plane să fie în contact. Sistemul de lentile astfel format se deplasează de-a lungul axei sale optice principale între un obiect liniar luminos și un ecran aflat la distanță fixă $D = 1\text{m}$ unul de celălalt. Distanța dintre cele două poziții ale sistemului de lentile pentru care se obțin imagini clare ale obiectului pe ecran este $d = 0,2\text{m}$. Calculează distanța focală a celei de a doua lentile plan-convexe.

c) Se arginteară fața convexă a sistemului de lentile opusă obiectului situat acum la distanță de $0,24\text{ m}$ de sistem. Considerând că cele două lentile sunt realizate din același material transparent cu indicele de refracție $n = 1,5$, calculează mărirea liniară transversală dată de sistem.

(Liliana Paraschiv, Giurgiu)

F2. Pentru sistemul de corpuri din figură se cunosc: $m_1 = 4\text{ kg}$, $m_2 = 1\text{ kg}$, $\alpha = 45^\circ$, $g = 10\text{ m/s}^2$, coeficientul de frecare dintre cele două corpuri $\mu = 0,1$, iar frecarea dintre corpul 1 și suprafața de contact este neglijabilă. Forța F depinde de timp după legea $F = bt$, unde $b = \frac{10\sqrt{2}}{9}\text{ N/s}$. Calculează:

- a) accelerarea sistemului la momentul $t = 0,45\text{ s}$;
- b) expresiile accelerărilor celor două corpuri imediat după ce acestea devin diferite;
- c) momentul la care accelerăriile devin diferite.



(Liliana Paraschiv, Giurgiu)

- i. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-au distribuit subiectele
- ii. Fiecare subiect se punctează de la 1 la 10 (1 punct este din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.
- iii. Nu se folosesc calculatoare!