

Concursul național de matematică

“LAURENȚIU PANAITOPOL”

Ediția a VIII-a, București, 14.11.2015

Clasa a VII-a

1. Determinați cel mai mare număr natural divizibil cu 11 scris cu 10 cifre diferite.

2. Determinați fracțiile de forma $\frac{x}{y}$, unde x și y sunt numere naturale nenule, știind că, dacă se măresc atât numărătorul precum și numitorul cu 1, numărul reprezentat de fracția obținută este cu 10% mai mare decât numărul reprezentat de fracția inițială.

3. Se consideră un dreptunghi $ABCD$ și un punct M în interiorul său. Perpendiculara în A pe dreapta MA intersectează perpendiculara în B pe dreapta MB în punctul P și perpendiculara în D pe dreapta MD în punctul Q . Perpendiculara în C pe dreapta MC intersectează perpendiculara în B pe dreapta MB în punctul S și perpendiculara în D pe dreapta MD în punctul R . Arătați că:

a) $PR \perp QS$;

b) $MP + MQ + MR + MS \geq P_{ABCD}$, unde P_{ABCD} reprezintă perimetrul dreptunghiului $ABCD$.

Când se obține egalitatea?

4. Arătați că, dacă numărul p este prim, iar numărul natural a verifică relația

$$p^4 = 7a^4 + 2a^3 + 4, \text{ atunci și } a \text{ este număr prim.}$$